

Studiul influenței excentricității bulei Taylor asupra vitezei de deplasare în curgerea bifazică de tip slug

EUGENIA-TEODORA IACOB TUDOSE*

Universitatea Tehnică „Gh.Asachi” Iași, Facultatea de Inginerie Chimică, Bd. Mageron, Nr.71, 700050, Iași, România

The rise velocity of a Taylor bubble has been correlated with its eccentricity based on Navier-Stokes equations applied between two parallel plates and continuity equation. The equation based on the mathematical model has been used to interpolate the experimental data obtained in a solid-liquid system. Another simplified equation that correlates adimensional resistance force with bubble eccentricity, has been obtained using experimental data nonlinear interpolation.

Keywords: slug flow, Taylor bubble, rise velocity, bubble eccentricity

Curgerea de tip piston („slug”) este unul din regimurile de curgere bifazică întâlnită în multe situații practice, de exemplu în reactoarele nucleare, în utilajele de generare a energiei geotermale, în boilere, evaporatoare, condensatoare și reactoare chimice unde au loc transferuri de masă și căldură între fazele gazoasă și lichidă, în producerea de hidrocarburi și transportul lor în conducte.

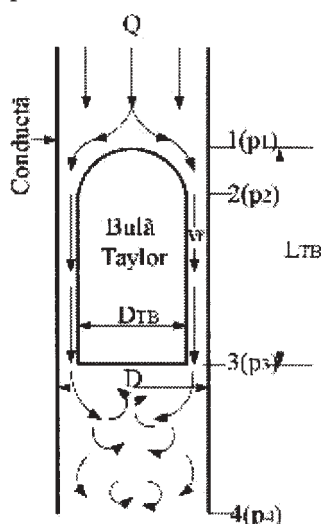


Fig. 1. Unitate de tip „slug”

Curgerea de tip piston este caracterizată de bule mari în formă alungită, numite și bule „slug” sau bule Taylor, care ocupă cea mai mare parte a secțiunii transversale a conductei, așa cum se prezintă în figura 1. Lichidul din fața unei bule Taylor ce se ridică este dezlocuit, astfel încât sub acțiunea forței gravitaționale se formează un film subțire de lichid descendent. Filmul curge de-a lungul bulei Taylor pătrunzând în zona din spatele acesteia. Datorită unei creșteri bruște a presiunii statice, aici are loc separarea filmului de lichid. De asemenea, corespunzător pătrunderii filmului de lichid în spatele bulei, se formează așa numitele vortexuri. Viteza filmului este dependentă de lungimea bulei, deoarece este rezultatul echilibrului între forța gravitațională și cea de frecare. În urma coalescenței, bule Taylor devine mai lungă și filmul de lichid de-a lungul bulei este accelerat, antrenând în zona de lichid din spatele bulei Taylor multe bule mici de gaz. Când distanța de separare între două bule Taylor succesive este destul de mare, mai mare decât o valoare critică, toate bulele au capul rotunjit și se ridică cu o viteză uniform constantă, U_{TB} independentă

de lungimea lor, L_{TB} , atâta timp cât lungimea bulei este egală sau mai mare decât trei diametre ale conductei [1, 3, 7]. Viteza filmului de lichid la trecerea în zona din spatele bulei Taylor se menține constantă, astfel încât această zonă rămâne de lungime constantă. În acest caz curgerea este numită curgere piston sau „slug” stabilă. Dacă distanța dintre două bule succesive este mai mică decât valoarea critică, bule Taylor ce succede prima bulă va avea un vârf deformat datorită vortexurilor cauzate de filmul rezultat de la prima [1]. În acest caz, cea de-a doua bulă Taylor va accelera și în final, coalescează cu prima bulă Taylor. Aceasta este o caracteristică a curgerii „slug” instabile.

Viteza de deplasare a bulei Taylor este un parametru important în calculul unor mărimi caracteristice curgerii slug cum ar fi fracția de goluri și căderea de presiune [2]. Bule Taylor se ridică prin faza lichidă cu o viteză care este rezultatul acțiunii forțelor ce se manifestă asupra ei: forța lui Arhimede și forțele datorate inerției, frecării și tensiunii superficiale. Viteza ascensională a bulei Taylor depinde de diametrul conductei, D , de unghiul de înclinare, de proprietățile fizice ale fazelor de gaz și lichid (densitate, ρ , vâscozitate, μ , și tensiune superficială, σ), ca și de debitele celor două faze.

În cazul bulei Taylor care se deplasează în urma alteia, corespunzător regimului slug staționar, s-a stabilit experimental [3] că viteza de ridicare, U_{TB} , depinde exponențial de distanța de separare, L , dintre cele două bule:

$$U_{TB} = U_{st} \left[1 + C \exp \left(\frac{-\beta L}{D} \right) \right] \quad (1)$$

unde U_{st} este viteza bulei în regim staționar, D este diametrul coloanei, C și β sunt parametri ce se pot determina experimental și aparent depind și de proprietățile lichidului [3].

Tudose și Kawaji [4,5] au pus în evidență experimental două efecte ce stau la baza mecanismului de accelerare a bulelor Taylor și anume descentrarea bulei de la centrul axei conductei prin care are loc curgerea cât și vârful deformat al acesteia. Ambele contribuie la o reducere a forței de rezistență ce se manifestă asupra bulei, rezultând într-o creștere semnificativă a vitezei de deplasare a bulei. Ei au utilizat un model solid al bulei Taylor pentru a controla cu exactitate poziția acesteia în raport cu axul tubului.

Trecerea în revistă a literaturii de specialitate a pus în evidență lipsa unei ecuații pentru viteza de deplasare a

* email: et_tudose@yahoo.com

cele de a doua bule Taylor, în sistem dual, în curgerea piston (slug) nestabilă, care să fie fundamentată teoretic și să includă efectul descentrării, observat experimental. De aceea lucrarea propune obținerea unei expresii a vitezei de deplasare a unei bule Taylor ce se mișcă accelerat în funcție de excentricitatea acesteia.

Modelul analitic pentru corelarea vitezei de ridicare a bulei Taylor cu excentricitatea acesteia

Curgerea prin spațiul dintre bule Taylor și pereții conductei poate fi redusă la o curgere printre plăci paralele când raportul diametrelor D/D_B este apropiat de unitate, așa cum este indicat în figura 2.

Ecuatia Navier-Stokes pentru curgerea între două plăci paralele în direcția y este:

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y \quad (2)$$

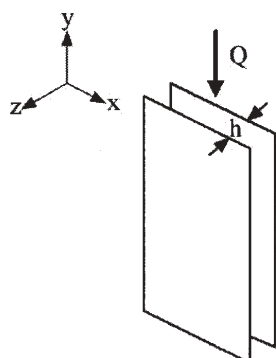


Fig. 2. Curgere printre plăci paralele

Ultima ecuație se simplifică pe baza următoarelor ipoteze:

- curgere laminară, deplin dezvoltată, regim staționar;
- nu există curgere pe direcțiile x și z , deci $v_x, v_z = 0$;
- componenta de viteză pe direcția y nu variază pe direcțiile x și z :

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} = 0$$

obținându-se:

$$\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y = \mu \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \quad (3)$$

În vederea comparării ulterioare cu rezultatele experimentale obținute de Tudose și Kawaji [4, 5] pentru o bulă solidă de tip Taylor, se utilizează următoarele condiții la limită pentru obținerea constantelor de integrare:

$$\begin{aligned} z = 0 & \quad v_y = 0 \\ z = h & \quad v_y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

unde h este distanța dintre plăci și, respectiv, dintre peretele bulei și cel al conductei.

Distribuția vitezelor la curgerea între două plăci este:

$$v_y = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \right) (z^2 - hz) \quad (5)$$

Pentru un spațiu anular excentric, distanța h dintre peretele bulei Taylor și cel al tubului poate fi exprimată funcție de distanța h_0 (definită ca distanța dintre peretele bulei Taylor și cel al tubului în cazul în care bule este centrată, adică coaxială cu tubul), și coordonata azimutală

ζ care ia valori de la 0 la $\frac{\pi D_B}{2}$, dată fiind simetria sistemului [8] (fig. 3):

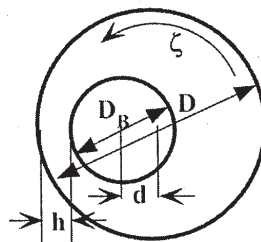


Fig. 3. Spațiu anular excentric

$$h = h_0 \left[1 + e \cos \left(\frac{\zeta}{D_B/2} \right) \right] \quad (6)$$

unde e reprezintă excentricitatea adimensională a bulei în raport cu axul tubului definită de relația:

$$e = \frac{d}{(D - D_B)/2} = d/h_0$$

unde d este distanța dintre axul bulei și cel al tubului.

În concordanță cu ecuația anterioară, se poate scrie: pentru $d = 0 (\Rightarrow) e = 0 \Rightarrow h = h_0$ și

pentru $d = \pm h_0 (\Rightarrow) e = \pm 1 \Rightarrow h = 0$ (7)

cu ζ variind între limitele 0 și $\frac{\pi D_B}{2}$.

Integrând distribuția vitezelor pe direcțiile z și ζ , se poate obține fluxul de lichid total ce curge de-a lungul bulei Taylor funcție de excentricitatea acesteia.

$$Q = 2 \int_0^{\frac{\pi D_B}{2}} \int_0^h v_y \cdot dz \cdot d\zeta \quad (8)$$

Înlocuind expresiile v_y și h în ecuația debitului, rezultă:

$$Q = \frac{\pi D_B}{12\mu} h_0^3 \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \right) (1 + 1,5e^2) \quad (9)$$

expresie ce indică că debitul de lichid ce curge de-a lungul bulei Taylor solide depinde de pătratul excentricității bulei Taylor.

Pe baza ecuației continuității:

$$Q = v_B \frac{\pi D_B^2}{4} \quad (10)$$

poate fi dedusă viteza de deplasare a bulei Taylor într-un sistem solid-lichid, dependentă de excentricitatea acesteia:

$$v_B = \frac{h_0^3}{3\mu D_B} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \right) (1 + 1,5e^2) \quad (11)$$

În cazul unei bule Taylor gazoase, condițiile la limită pentru stabilirea distribuției vitezelor în faza lichidă sunt:

$$\begin{aligned} z = 0 & \quad v_y = v_y^* \\ z = h & \quad v_y = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

unde v_y^* este o viteză constantă la interfața gaz-lichid.

În acest caz, distribuția vitezei în filmul de lichid din jurul bulei Taylor ia forma:

$$v_y = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \right) (z^2 - hz) - \frac{v_y^*}{h} z + v_y^* \quad (13)$$

iar viteza de deplasare a bulei Taylor gazoase devine:

$$v_B = \frac{h_0^3}{3\mu D_B} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \right) (1 + 1,5e^2) + \frac{2v_y^* h_0}{D_B} \quad (14)$$

Comparând ecuațiile (11) și (14), se observă că viteza de deplasare a unei bule Taylor într-un sistem gaz-lichid este mai mare decât cea pentru un sistem solid-lichid, diferența dintre cele două viteze fiind dată de termenul

liber $\frac{2\nu_f^* h_0}{D_B}$. În schimb, exceptând gradientul de presiune,

dependența vitezelor de deplasare de excentricitatea bulei rămâne aceeași pentru ambele sisteme. (17)

Dependența gradientului de presiune de excentricitatea adimensională a bulei a fost anterior stabilită [6] pentru o bulă Taylor solidă în forma:

$$\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y = \frac{p_1 - p_3}{L_{TB}} - \rho g_y = K \frac{\rho \nu_f^2}{2L_{TB}} \quad (15)$$

cu p_1 și p_3 presiunile la vârful și la baza bulei Taylor, indicate în figura 1,

$$K = b^2 \left[(\alpha_2 + K_{en}) + f \frac{L_{TB}}{D - D_B} \right] - 1 \quad (16)$$

$$f = \frac{c_1}{\text{Re}_f (1 + 1.5e^2)} \quad (17)$$

în care b , α_2 , K_{en} , c_1 sunt coeficienți cu valori bine stabilite [6], Re_f este criteriul Reynolds pentru filmul de lichid ce curge în jurul bulei Taylor cu viteza ν_f calculat cu diametrul echivalent al spațiului de curgere anular conform relației:

$$\text{Re}_f = \frac{\rho \nu_f d_h}{\mu} \quad (18)$$

cu ρ și μ , densitatea și respectiv vâscozitatea dinamică a lichidului la temperatura de lucru. Înlocuind expresiile (16)-(18) în ecuația (15), se obține:

$$\begin{aligned} \nu_B = & \frac{h_0^3 \mu}{6\rho (D - D_B)^2 D_B} \left\{ b^2 \left[(\alpha_2 + K_{en}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{C_1}{\text{Re}_f (1 + 1.5e^2)} \frac{L_{TB}}{(D - D_B)} \right] - \right. \\ & \left. - 1 \right\} \frac{\text{Re}_f^2}{L_B} (1 + 1.5e^2) \end{aligned} \quad (19)$$

Se observă că viteza bulei crește cu excentricitatea acesteia, creștere ce este în acord calitativ cu măsurătorile experimentale raportate pentru un sistem gaz-lichid în curgere slug ce indică o accelerare a bulei când aceasta este descentrată.

Rezultate și discuții

Cantitativ modelul propus dă o creștere procentuală de cel puțin 30 % a vitezei de ridicare a bulei Taylor secundare pentru o descentrare maximă ($e = \pm 1$), așa cum indică figura 4. Datele experimentale efectuate de Aladjem [7], demonstrează creșteri ale vitezei de deplasare a celei de a doua bule Taylor de până la 90%, în funcție de distanța față de bula ce o precede. În concluzie, modelul prezentat indică o variație mai puțin semnificativă decât cea indicată de datele experimentale, dar acesta ia în considerare doar descentrarea bulei, nu și distanța de separare dintre bulele Taylor consecutive.

Forța de rezistență totală poate fi calculată cu relația:

$$F_t = c_t \frac{\rho \nu_f^2}{2} \quad (20)$$

unde c_t reprezintă coeficientul de rezistență totală a bulei dat de suma coeficienților de frecare, c_f , și de formă, c_p , iar ν_f este viteza medie de curgere a filmului de lichid în jurul bulei Taylor. Pe baza ecuației continuității, forța de rezistență poate fi exprimată funcție de viteza de deplasare a bulei Taylor în forma:

$$F_t = c_t \frac{k^2}{1 - k^2} \frac{\rho \nu_B^2}{2} \quad (21)$$

cu k raportul dintre diametrul bulei și diametrul conductei.

Dacă se consideră că cei doi coeficienți de rezistență precum și gradientul de presiune din expresia vitezei de deplasare a bulelor nu variază cu excentricitatea bulei, atunci, pe baza ecuațiilor (19) și (20), dependența forței de rezistență de excentricitatea bulei este dată de relația:

$$\begin{aligned} F_t = c_t \frac{k^2}{1 - k^2} \frac{h_0^2 \mu^2 \text{Re}_f^4}{72\rho (D - D_B)^4 D_B^2 L_B^2} \left\{ b^2 (\alpha_2 + \right. \\ \left. + K_{en}) + \frac{C_1}{\text{Re}_f (1 + 1.5e^2)} \frac{L_{TB}}{(D - D_B)} \right\} - \\ - 1 \} (1 + 1.5e^2)^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Ecuația demonstrează o creștere cu atât mai accentuată a forței de rezistență cu cât bula este mai descentrată, fapt ce este opus trendului experimental. Se impune deci stabilirea unei dependențe a coeficientului total de rezistență, c_t , de excentricitatea bulei.

Coeficienții de frecare, c_f , și de formă, c_p , menționați anterior depind de excentricitatea bulei conform ecuațiilor [6]:

$$\begin{aligned} c_{fr} = b^2 \frac{(1 - k^2)}{k(k + \phi_1)} \left[(\alpha_2 + K_{en}) + \right. \\ \left. + \frac{C_1}{\text{Re}_f (1 + 1.5e^2)} \frac{L_{TB} - D_B / 2}{D - D_B} - 1 \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} c_f = b^2 \left[(\alpha_2 + K_{en}) + \right. \\ \left. + \frac{C_1}{\text{Re}_f (1 + 1.5e^2)} \frac{L_{TB} - D_B / 2}{D - D_B} \right] - 1 \end{aligned} \quad (24)$$

Se remarcă faptul că variația coeficientului de rezistență cu excentricitatea bulei urmează calitativ trendul experimental. Ținând cont de ecuațiile (23) și (24) înlocuite în expresia forței de rezistență (22), se obține dependența acesteia de excentricitatea bulei, scrisă într-o formă generalizată astfel:

$$\begin{aligned} F_t = a' (1 + 1.5e^2)^2 + b' (1 + 1.5e^2) + c' + \\ + d' (1 + 1.5e^2)^{-1} \end{aligned} \quad (25)$$

unde a' , b' , c' , d' sunt coeficienți numerici cu valori bine determinate funcție de lungimea bulei Taylor și debitul de lichid care curge prin instalație. Se adimensionalizează forța de rezistență conform ecuației (26) pentru o valoare oarecare a excentricității bulei, prin raportarea acesteia la forța de rezistență pentru o valoare extremă a excentricității, $e = \pm 1$, obținându-se în formă generală:

$$\begin{aligned} F_t / F_{t,e=\pm 1} = a (1 + 1.5e^2)^2 + b (1 + 1.5e^2) + c + \\ + d (1 + 1.5e^2)^{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

cu a , b , c , d coeficienți numerici.

Datele experimentale indică o creștere a raportului $F_t / F_{t,e=\pm 1}$ pentru excentricitatea bulei variind de la -1 la 0 și respectiv, o descreștere a acestuia pentru excentricitate variind de la 0 la +1. Pe baza modelului discutat anterior conform ecuației (26), se obțin valori pozitive ale coeficienților a , b , c și d , ceea ce ar conduce la o variație a funcției $F_t / F_{t,e=\pm 1}$ diferită de datele obținute experimental.

Aceasta s-ar datora unei posibile variații a vitezei de curgere în filmul de lichid cu excentricitatea bulei ceea ce ar conduce la o variație a distribuției presiunii din jurul bulei, deci la o variație implicită a gradientului de presiune, sugerând ca cele două mărimi să fie tratate interdependent.

Reprezentarea grafică a variației forței de rezistență adimensionale funcție de descentrarea bulei conform datelor experimentale, indică o creștere semnificativă a acesteia conform figurii 4 și respectiv, figurii 5, corespunzătoare unor debite diferite de lichid. Datele experimentale au fost interpolate neliniar folosind o ecuație de forma ecuației (26), rezultând anumite valori pentru coeficienții numerici a , b , c și d , indicate în aceleași figuri 4 și 5.

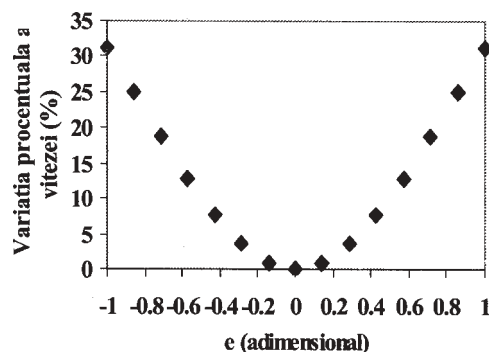


Fig. 4. Variația procentuală a vitezei de ridicare a bulei Taylor funcție de descentrarea acesteia

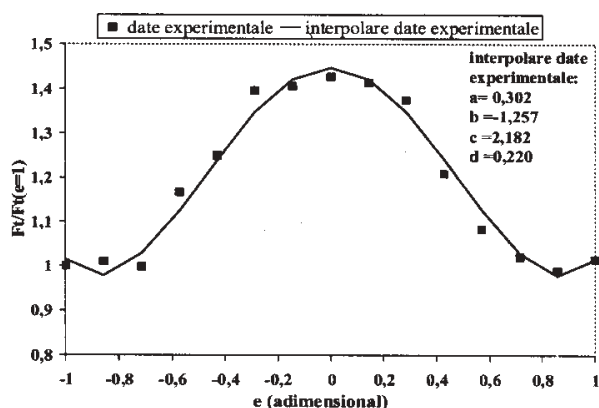


Fig. 5. Comparație între datele experimentale și analitice, pentru $L_{TB} = 150$ mm, debit de lichid 5,064L/min ($Re_f = 1271,6$)

Datele experimentale pot fi interpolate neliniar folosind o ecuație mai simplă de dependență a forței de rezistență adimensionale de excentricitatea bulei, de forma:

$$F_i / F_{i,e=\pm 1} = m + (1 + 1,5e^2)^n \quad (27)$$

în care m și n sunt coeficienți numerici. Datele experimentale, datele interpolate precum și valorile coeficienților sunt reprezentate în figurile 7 și 8, pentru cele două debite menționate anterior.

Concluzii

Pornind de la ecuațiile Navier-Stokes și ecuația continuității pentru un sistem solid-lichid și respectiv, un sistem gaz-lichid, s-au stabilit relații de dependență între viteza de deplasare a bulei Taylor accelerate și excentricitatea acesteia. Pentru sistemul solid-lichid, o ecuație de forma modelului matematic rezultat a fost utilizată pentru interpolarea datelor experimentale disponibile. În plus, pentru același sistem, s-a propus o formă simplificată a ecuației de dependență de excentricitatea bulei pe baza interpolării neliniare a datelor experimentale.

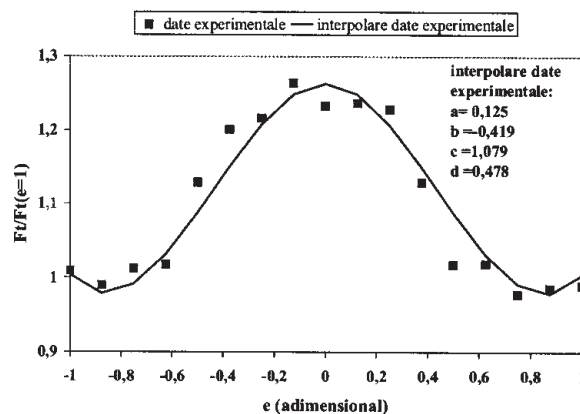


Fig. 6. Comparație între datele experimentale și analitice, pentru $L_{TB} = 150$ mm, debit de lichid 9,064L/min ($Re_f = 2277$)

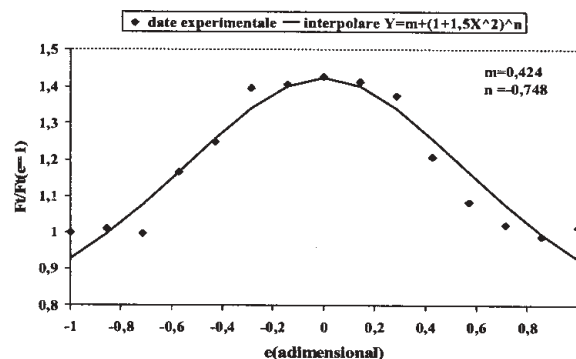


Fig. 7. Interpolare date experimentale pentru $L_{TB} = 150$ mm, debit de lichid 9,064L/min ($Re_f = 1271,6$)

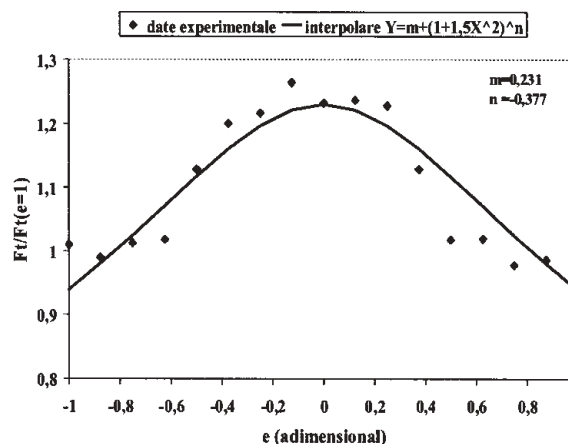


Fig. 8. Interpolare date experimentale pentru $L_{TB} = 150$ mm, debit de lichid 9,064L/min ($Re_f = 2277$)

Bibliografie

1. KAGAWA M., KARIYASAKI, A., Raport al Facultății de Inginerie, ukuoka University, **28**, p.139.
2. CHEREMISINOFF, N.P., GUPTA, R., Handbook of Fluids in Motion, Ann Harbor Science Publishers, 1983.
3. MOISSIS, R., GRIFFITH, P., Heat Transfer, **84**, nr.29, 1962.
4. TUDOSE, E.T., teză M.Sc., Dept.Chem.Eng., University of Toronto, 1997
5. KAWAJI, M., DEJESUS, J.M., TUDOSE, E.T., Proc. of the Japan – US Seminar on Two-Phase Flow Dynamics, July 15-20, Fukuoka, Japan, Supplementary Volume, 61, 1996.
6. TUDOSE, E.T., KAWAJI, M., Chem.Eng.Sci., **54**, 1999, p.5761.
7. ALADJEM, C., teză M.Sc., Dept. of Fluid Mech. and Heat Transfer, Tel- Aviv University, 1999
8. KAKAÇ, S., SHAH, R.K., AUNG, W., Handbook of single phase convective heat transfer, John Wiley&Sons, 1987

Intrat în redacție: 28.02.2007

